

Atelier Finance et Risque – LEM

Copules et dépendances : Application à la finance. Zahra ROYER

Les mesures statistiques classiques de dépendance telles que le coefficient de corrélation de Hoeffding, présentent une faiblesse en ne prenant en compte que les distributions marginales.

Des mesures de concordance comme le tau de Kendall et le rho de Spearman généralisent la corrélation linéaire et s'obtiennent en fonction de copules, prenant en compte les dépendances des distributions jointes (et pas seulement les marginales).

En finance, on sait maintenant que les rendements boursiers ne correspondent pas à la trajectoire d'un mouvement brownien standard, les processus ARCH gaussiens utilisés fréquemment pour modéliser les séries financières ne suffisent pas pour expliquer des caractéristiques telles que la leptokurticité par exemple. Si les extensions de ces modèles aux lois conditionnelles, ont permis de répondre à certaines questions, cela se limite au cas univarié. Les copules apportent néanmoins des réponses quand à la modélisation multivariée.

Les dépendances entre les séries sont souvent structurées par des hypothèses de normalité, or les copules proposent d'autres structure de dépendance : non linéaire, cubique, non monotone, etc.

Le développement des théories sur les copules remonte aux années 1940-41 avec les travaux de Hoeffding et ceux de Fréchet (1951) sur les distributions multivariées à uniformes fixes. C'est Sklar (1959) qui donne une clé à cette théorie avec son théorème qui permet la construction de ces fonctions nommées fonction de dépendance (Galombos 1978), Deheuvels (1979-81) ou "représentation uniforme" (Kimeldorf et Sampson, 1975).

Elles sont utilisées en climatologie, en hydrologie, et surtout en finance (D. Neto et S. Ayouvi Dovi, T. Roncalli, Umberto Cherubini, Elisa Luciano et Walter Vecchiato). Dans le domaine de l'assurance on dispose de la densité de la copule et donc certains résultats liés à la VaR sont plus lisibles.

Bibliographie:

A. Alfonsi, *Modélisation en risque de crédit. Calibration et discrétisation de modèles financiers*, Thèse de l'ENPC 2006.

T. Björk, *Arbitrage Theory in continuous Time*, Oxford Finance 2004

A. Charpentier, *Dependence structures and limiting results with applications in finance and insurance*, Katholieke Universiteit Leuven, 2006

A. Charpentier et M. Denuit, *Mathématiques de l'assurance non-vie*, Economica, Paris, 2005.

U. Cherubini, E. Luciano et W. Vecchiato, *Copula Methods in Finance*, Wiley, 2004.

R. Cont et P. Tankov, *Financial modelling with jump process*, Chapman & Hall, CRC Press 2003.

S. N. Neftci, *An Introduction to the Mathematics of Financial Derivatives*, Academic Press 2000.

R. B Nelson, *An Introduction to Copulas*, Lecture Notes in Statistics, 139, Springer 1999.

T. Roncalli. *La gestion des risques financiers*, Economica, Paris, France, 2004.

Plan de la présentation :

- A) rappels sur les fonctions copules
- B) propriétés
- C) mesures de risques et copules
- D) Exemples de calcul Tau de Kendall et rho de Spearman
- E) Possibilités et limites